Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Matemáticas
Nivel medio
Prueba 1

Lunes 12 de noviembre de 2018 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

8818 – 7309

11 páginas

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

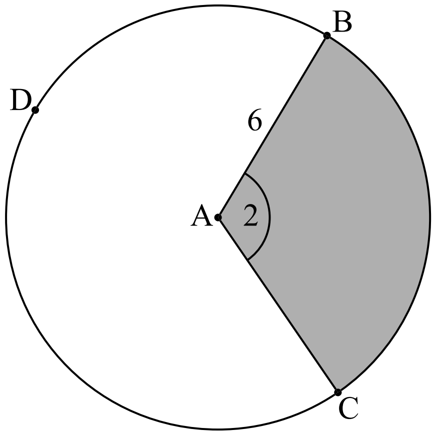
Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra un círculo de centro A y radio $6\,\mathrm{cm}$.

la figura no está dibujada a escala



Los puntos B, C, y D pertenecen a la circunferencia y $\mathrm{B\hat{A}C} = 2$ radianes.

(a) Halle el área del sector circular sombreado. [2]

(b) Halle el perímetro del sector circular que no está sombreado, ABDC. [4]

2. [Puntuación máxima: 5]

Dos funciones, f y g, aparecen definidas en la siguiente tabla.

x	-2	1	3	6
$f(x)$	6	3	1	-2
$g(x)$	-7	-2	5	9

(a) Escriba el valor de $f(1)$. [1]

(b) Halle el valor de $(g \circ f)(1)$. [2]

(c) Halle el valor de $g^{-1}(-2)$. [2]

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

3. [Puntuación máxima: 6]

En una progresión aritmética, $u_1 = -5$ y $d = 3$.

(a) Halle u_8. [2]

(b) Halle el valor de n para el cual $u_n = 67$. [4]

4. [Puntuación máxima: 6]

Sea $b = \log_2 a$, donde $a > 0$. Escriba cada una de las siguientes expresiones en función de b.

(a) $\log_2 a^3$ [2]

(b) $\log_2 8a$ [2]

(c) $\log_8 a$ [2]

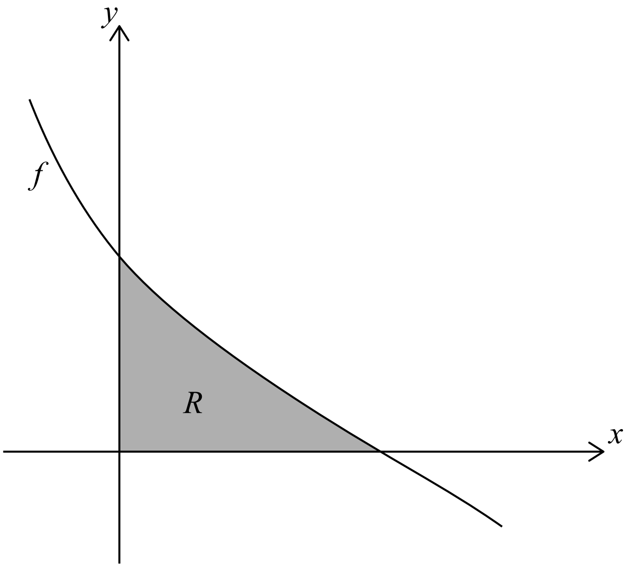
5. [Puntuación máxima: 6]

Considere los vectores $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}3\\2p\end{pmatrix}$ y $\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}p+1\\8\end{pmatrix}$.

Halle los posibles valores de p para los cuales $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$ son paralelos.

6. [Puntuación máxima: 8]

Sea $f(x)=\dfrac{6-2x}{\sqrt{16+6x-x^{2}}}$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f.



La región R está delimitada por el gráfico de f, el eje x y el eje y. Halle el área de R.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

7. [Puntuación máxima: 6]

Sabiendo que $\operatorname{sen} x = \frac{1}{3}$, donde $0 < x < \frac{\pi}{2}$, halle el valor de $\cos 4x$.

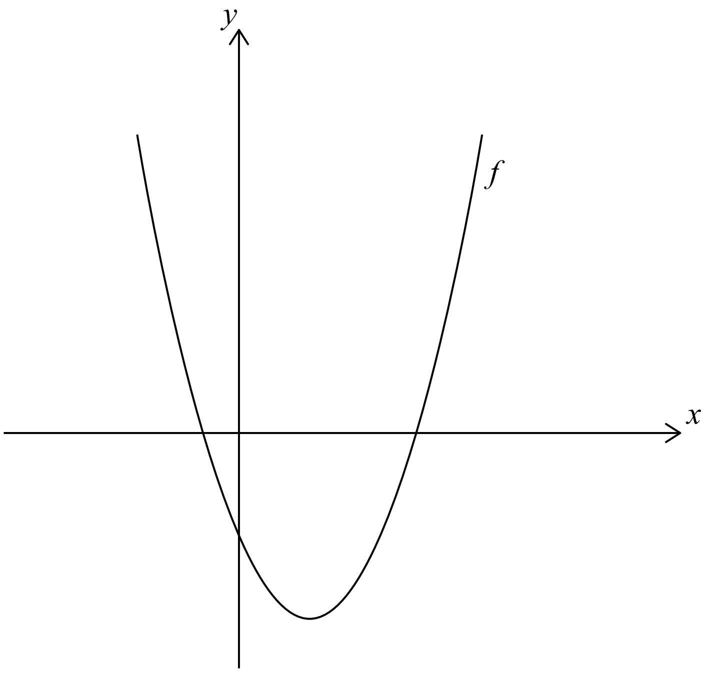
No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 16]

Sea $f(x) = x^2 - 4x - 5$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f.



(a) Halle los puntos de intersección del gráfico de f con el eje x. [5]

(b) Halle la ecuación del eje de simetría del gráfico de f. [2]

(c) La función se puede escribir en la forma $f(x) = (x - h)^2 + k$.

(i) Escriba el valor de h.

(ii) Halle el valor de k. [4]

El gráfico de una segunda función, g, se obtiene realizando una simetría del gráfico de f respecto al eje y, seguida de una traslación por el vector $\begin{pmatrix} -3 \\ 6 \end{pmatrix}$.

(d) Halle las coordenadas del vértice del gráfico de g. [5]

No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

Una bolsa contiene n canicas, de las cuales dos son azules. Hayley decide jugar a un juego en el que va extrayendo canicas de la bolsa al azar, una tras otra y sin reposición. El juego termina cuando Hayley extrae una canica azul.

(a) Halle, en función de n, la probabilidad de que el juego termine en la

(i) primera extracción;

(ii) segunda extracción. [4]

(b) Sea $n = 5$. Halle la probabilidad de que el juego termine en la

(i) tercera extracción;

(ii) cuarta extracción. [4]

Hayley juega a este juego con $n = 5$. Paga $\$20$ por jugar, pero con el juego puede ganar dinero, dependiendo del número de extracciones que tarde en sacar una canica azul. No gana nada de dinero si saca una canica azul en la primera extracción. Sea M la cantidad de dinero que gana jugando a este juego. Esta información se muestra en la siguiente tabla.

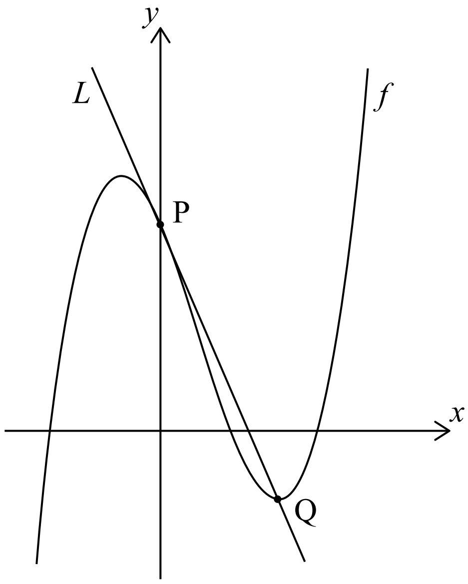
Número de extracciones	1	2	3	4
Dinero que gana ($\$M$)	0	20	$8k$	$12k$

(c) Halle el valor de k que hace que este sea un juego justo. [7]

No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 16]

Sea $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + 6$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f.



El gráfico de f corta al eje y en el punto P. La recta L es tangente al gráfico de f en P.

(a) Halle las coordenadas de P. [2]

(b) (i) Halle $f'(x)$.

(ii) A partir de lo anterior, halle la ecuación de L en función de a. [6]

El gráfico de f tiene un mínimo local en el punto Q. La recta L pasa por Q.

(c) Halle el valor de a. [8]

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.